

25.3.2020

Liebe Schülerinnen und Schüler,

hoffentlich habt Ihr die individuellen Rückmeldungen in der Datei vom 23.3. gesehen, oder Ihr findet sie unten. Die **Vorabiklausur** werde ich bis Freitag vormittag korrigieren. Das Original erhaltet Ihr voraussichtlich erst nach den Ferien. Ich habe die Aufgabenstellung mit Erwartungshorizont in die Ucloud gestellt, zum Anschauen und Üben. Und ich habe einen Austauschordner eingerichtet, den ihr bis zur Abiturprüfung weitenutzen könnt, allerdings ab den Ferien ohne meine Kommentare. Voraussichtlich werde ich Euch für Samstag abend die Einladung zu einer **Videokonferenz** per zoom schicken, über die nächste Version dieser Datei in der UCloud. Die Frage ist, wie ich Euch die Noten zukommen lasse. Vielleicht während der Videokonferenz, oder per Email, vielleicht rufe ich Euch auch an. Im letzteren Fall würde ich Euch bitten, meine Nummer nicht weiterzugeben und nicht wegen Kleinigkeiten zurückzurufen. Wenn Ihr wirklich Hilfe braucht, z.B. mit der häuslichen Situation oder der **sozialen Isolation** nicht mehr klarkommt, könnt Ihr mich gerne jederzeit anrufen oder mailen.

Die dritte Aufgabengruppe haben bislang sechs von Euch abgegeben – die **Rückmeldung** findet Ihr auf der nächsten Seite. Ihr könnt alle gerne bis nächsten Donnerstag noch Aufgaben nachreichen, in dem passenden Ordner oder per Email. Wenn Ihr Zeit habt, bearbeitet bis morgen abend die alten Abiaufgaben, jeweils die LK Nr. B4 von 2017, 2018, 2019. Bitte schaut Euch sämtliche Teilaufgaben gründlich an, bearbeitet einen Teil davon, vergleicht es mit der Musterlösung, und gebt mir abschließend eine **Rückmeldung** daüber, wie Ihr insgesamt mit dem Thema Matrizen klarkommt – zwei haben sich schon positiv geäußert. Dann fangt gegebenenfalls mit den Vektoren an, siehe die Hinweise von vorgestern.

Es kam nochmal die Frage nach der *exakten* Berechnung des Fixvektors oder **Grenzzustands** (normalerweise genügt ausprobieren mit dem TR für hohe Zeitschritte!). Siehe dazu die Rückmeldung zu A4 von 23.3.; bei drei oder mehr Variablen geht es im Prinzip genauso, aber das Gleichungssystem müßte mit Gauß gelöst werden, wenn es nicht schon eine Art Dreiecksform hat. Wenn die Lösung bis auf einen Parameter eindeutig ist, kann man aus der Bedingung $x_1+x_2+x_3=1$ den eindeutigen Grenzzustand ermitteln; theoretisch könnte es auch sein dass es gar nicht konvergiert. Wenn die Lösung zwei oder mehr freie Parameter enthält, gibt es viele Fixvektoren, aber man kann mit unseren Methoden nicht erkennen, welcher davon der richtige Grenzzustand ist.

Für den TR kann man das Gleichungssystem in derselben Weise ansetzen und mit Menü-Algebra-Gleichungssystem-SystemLinearerGleichungen lösen. Hierbei empfiehlt es sich, $x_1+x_2+x_3=1$ einfach als weitere Gleichung dazu zu nehmen, dann spart man sich einen Parameter im Ergebnis und dessen weitere Bestimmung. Auch hier gilt, wenn es keinen eindeutigen Fixvektor mit der Summe 1 gibt, weiß man nicht was der Grenzzustand ist.

Ich gehe davon aus, dass Ihr sechs die Aufgaben der dritten Gruppe selbst mit der Lösung im Buch verglichen habt. Ich habe daher die Ergebnisse nicht überprüft, sondern nur geguckt, was mir beim Lesen auffällt. Dazu kann ich Euch folgende **Rückmeldung** geben; bitte fragt nach wenn ich es zu kryptisch und verkürzt formuliert habe. Generell müsst Ihr in der KA die Operatoren beachten. Z.B. steht im Buch "was ist G" und Ihr habt teilweise nur das Ergebnis angegeben. In der KA steht "bestimme G" und dann müsst Ihr z.B. hohe Potenzen der Matrix angeben, oder zumindest sagen, dass Ihr diese berechnet habt und sie sich stabilisieren.

:

Nr. 5 die erste Spalte von G gibt die gesuchten Wahrscheinlichkeiten an. Sind nicht 1 oder 0.

Nr. 13 b) kommt darauf an, z.B. für

1 0

0 1 richtig

c) gilt zB für

0 1

1 0

e) gilt nicht immer, 0 ist nicht positiv

f) gilt, Du darfst die Aussage nicht umdehnen

:

Nr. 3 U^2 wird als Matrizenprodukt berechnet, nicht durch Quadrieren einzelner Zahlen. Dann müsste auch die erste Spalte von $U*U$ gleich dem Zustand nach zwei Minuten sein. Dass es so nicht stimmt siehst Du auch an der Spaltensumme < 1 .

Nr. 5 statt e^{-8} schreibe bitte mal 10^{-8} , und in diesem Zusammenhang ist das 0.

Nr. 6 Reihenfolge immer Matrix mal Vektor.

Nr. 7c) **stabile Verteilung** ist ein anderes Wort für Fixvektor. Also entweder über den Grenzzustand oder mit einem LGS.

Nr.13c) Wechsel bei

0 1

1 0

f) alle Spalten

:

Nr. 5a) dieses Kriterium ist hinreichend aber nicht notwendig. D.h. "nur" \rightarrow "immer".

d) Richtig wenn der Zustand erreichbar ist; Gegenbeispiel

.2 .2 0

.8 .8 0

0 0 1

:

Nr. 5 noch die Wahrscheinlichkeiten aus dem Grenzzustand ablesen.

Nr. 7 b) sicher ???

Nr. 8 Lösungsweg?

Nr. 5 a) und d) ist m.E. falsch. Gegenbeispiel für beide ist

.2 .2 0

.8 .8 0

0 0 1

Beachte die Einschränkung in der Lösung im Buch.

Nr. 2b (374) Schreibweise mit Gleichungskette ist falsch.

:

Nr. 8 statt e^{-8} schreibe bitte mal 10^{-8} .

Nr. 2 Du hat bei a) und b) unterschiedlich gerundet :-), 0.14 oder 0.15 ?

Nr. 2 Übergangswahrscheinlichkeiten für zwei Schritte

Nr. 7c)e) Verteilung g gefragt, z.B. Spalte von G oder mit Anfangszustand.

: Bitte die Klammern um Vektoren und Matrizen machen.

Nr. 8b) Wenn er B wählt, dann wählt er 2 Tage später mit den Wahrscheinlichkeiten ... A, B, C.

23.3.2020

Liebe Schülerinnen und Schüler,

die zweite Aufgabengruppe haben auch elf von Euch abgegeben. Vor der Rückmeldung möchte ich Euch an **die weiteren Aufgaben** erinnern:

* bis Dienstag abend: S. 367–369 Nr. 3–9, 13 und S. 374–375 Nr. 2–5, 8 in Auswahl, d.h. nicht von vorne an sondern die für Euch gerade interessantesten Aufgaben. Bitte vergleicht die bearbeiteten Aufgaben selbst mit der Lösung im Buch, meldet Euch bei Fragen, stellt zur Motivation für Euch, für mich und für alle anderen Eure Bearbeitung in den Abgabeordner 3 – ich schaue sie mir an.

* bis Donnerstag abend: die alten Abiaufgaben, jeweils die LK Nr. B4 von 2017, 2018, 2019. Bitte schaut Euch sämtliche Teilaufgaben gründlich an, bearbeitet einen Teil davon, vergleicht es mit der Musterlösung, und gebt mir abschließend eine **Rückmeldung** darüber, wie Ihr insgesamt mit dem Thema Matrizen klarkommt.

Vor der Abiklausur in voraussichtlich sechs Wochen solltet Ihr den Rest von S. 367–369 Nr. 3–9, 13 und S. 374–375 Nr. 2–5, 8 bearbeiten, den Rest der Abiaufgaben, sowie die Aufgaben auf S. 402.

Da wir Analysis und Stochastik in der Vorabiklausur hatten, solltet Ihr die Vorbereitung auf die **Vektorrechnung** besonders ernst nehmen. Dazu müßtet Ihr einerseits mehr oder weniger intensiv die Grundtechniken wiederholen und üben, und auf jeden Fall anhand komplexer Aufgaben schauen, wie Ihr das umsetzt und erkennt was gefragt ist, und wie Ihr am einfachsten dahin kommt. Gerade bei diesem Thema gibt es oft mehrere Lösungswege, die sich im Zeitaufwand erheblich unterscheiden. Vielleicht ist es gut, wenn Ihr Euch für dieses Thema mehrere Wochen Zeit laßt. Wenn Ihr allerdings meine Rückmeldung haben wollt, müßtet Ihr richtig ranklotzen, um noch vor den Osterferien zu den interessanten Aufgaben kommen. Dann macht bitte **in Auswahl**:

* bis Sonntag: S. 195, 200, 201, 225, 230, 266

* bis nächsten Dienstag: S. 196, 226, 231, 261, 262, 267

* bis nächsten Donnerstag: die alten Abiaufgaben, jeweils die LK Nr. B3 von 2017, 2018, 2019.

Rückmeldung zur zweiten Aufgabengruppe:

A1 ist meist ok. Bei d) ergänzen: Unabhängig von v_0 ergibt sich dasselbe g .

, Du machst $U^n \cdot v_1$ statt $U^n \cdot v_0$, das ist hier egal aber nicht wenn z.B. der Zustand nach fünfmal Wechseln gefragt ist.

, Du nimmst Zeilen als Anfangszustände statt Spalten.

auch, und bitte lass die Pfeile mit 0 lieber weg, zumindest wenn es so viele sind.

, doch es stabilisiert sich bei 0/0/1. 10^{-7} ist praktisch 0.

A2 Die meisten können bei c) ergänzen: g ist immer dieselbe, weil alle Spalten von G gleich sind.
 : 0,4 und 0,6 vertauscht.
 : Begr. bei c? Z.B. über Spalten von G . Oder weil 0,5/0,5 und 1/0 linear unabhängig sind.
 : c) unvollständig
 : b) Begr. es stabilisiert sich also $G = \dots$
 : knapp, Ergebnisse und Argumentation nicht nachvollziehbar.
 : Schreibweise zu knapp, " U^5 " ist $U^5 \cdot v_0$ und "Grenzmatrix" ist Zustand.

A3: Bitte vergleicht selbst mit folgenden Hinweisen:

- a) Z.B. Einsatz 1€, bei 5 oder 6 Würfeln 2€ mehr, sonst 2€ weniger, bei 0€ (-1€) oder 5€ Ende.
- b) g hängt von v_0 ab, da die Spalten von G unterschiedlich sind.
- d) Wenn v_0 nur eine 1 und sonst 0 enthält, ist g die entsprechende Spalte von G , sonst nicht unbedingt.

Diese Aufgabe könnte man schön kombinieren mit Fragen nach Erwartungswert, fairem Spiel, vielleicht auch Vierfeldertafel oder Binomialverteilung.

Aufgabe für Fortgeschrittene: Erweitere die Aufgabenstellung.

: Bitte keine Brüche in $U^n \cdot v_0$ sondern Dezimalzahlen, sonst sieht man die Konvergenz nicht.

A4: Ihr habt fast alle mit der Grenzverteilung gearbeitet. Ist richtig, dazu noch Begründung: Da eine Grenzverteilung existiert, ist dies auch ein gleichbleibender Zustand. Alternativ mit Ansatz $u \cdot g = g$:

$$0,5 \cdot x + 0,4 \cdot y = x \quad | -x$$

$$0,5 \cdot x + 0,6 \cdot y = y \quad | -y$$

$$-0,5 \cdot x + 0,4 \cdot y = 0$$

$$0,5 \cdot x - 0,4 \cdot y = 0$$

Also unendlich viele Lösungen mit $x = 0,8 \cdot y$ und dann die mit $x + y = 360$. Siehe auch S. 366 oben.

: unvollständig.

: ein Schritt genügt nicht.

A8: Über den Kontext kann man sich streiten. Aber zum Rechnen ist die Aufgabe ok.

: bei a) verschrieben, letzte Komponente 0,2.

: einige Zahlen in der Matrix vertauscht.

A9: Teil c) ist unglücklich formuliert. gemeint ist wohl: eindeutige Grenzverteilung, dann alle Spalten der Grenzmatrix gleich dieser Verteilung?

Das Wort "exakt" deutet jedenfalls darauf hin, dass man hier das LGS verwenden sollte. Das hat nur angesetzt, wobei mir auch Dein weiterer Weg unklar ist: Mit TR?

22.3.2020

Liebe Schülerinnen und Schüler,

die erste Aufgabe haben elf von Euch abgegeben. Sie war bei fast allen richtig gerechnet, manche haben sich beim Übertragen der Ergebnisse aus der Nebenrechnung verschrieben, und einige haben die Interpretation weggelassen oder unvollständig (Zeitpunkte angeben s. Video 06:30). Zur Kontrolle: Wenn die zu multiplizierenden Matrizen Spaltensumme 1 haben, dann auch das Produkt. Bitte bleibt an den unten genannten Aufgaben und Abgabeterminen dran; an den Aufgaben auf S. 364–366 werdet Ihr merken, wie weit Ihr die Aussagen des Videos wirklich verstanden habt, und sie hoffentlich noch tiefergehender verstehen. Ich werde Eure diesbezüglichen Bearbeitungen morgen vormittag durchsehen und detaillierter kommentieren. Fragt nach, wenn Ihr irgendwo unsicher seid.

20.3.2020

Liebe Schülerinnen und Schüler,

vielleicht helfen Euch konkrete Termine für die Arbeitsaufträge ... Ich habe jetzt auch einen Abgabeordner eingerichtet. Dort könnt Ihr z.B. mit Photos der Seiten Eure Lösungen dokumentieren, und Fragen entweder damit oder weiterhin per Email stellen. Bitte bearbeitet

* bis Samstag abend: S. 361 Nr. 1 und guckt das Video

* bis Sonntag abend: S. 364–366 Nr. 1–4, 8, 9

* bis Dienstag abend: S. 367–369 Nr. 3–9, 13 und S. 374–375 Nr. 2–5, 8 in Auswahl.

* bis nächsten Freitag: die alten Abiaufgaben, jeweils die LK Nr. B4 von 2017, 2018, 2019.

Wenn Ihr schneller seid, fangt bitte dann mit Vektoren an. Weiteres Übungsmaterial, auch für später, findet Ihr auf S. 402 und im Ordner Abi2020MathematikSuS/Q1LKBraze .

19.3.2020

Liebe Schülerinnen und Schüler,

der Upload des Videos auf meine Homepage hat leider nicht geklappt, und der Download aus der Ucloud dauert vermutlich lange. Daher habe ich jetzt einen Vimeo-Account eingerichtet:

<https://vimeo.com/398877248>

Ansonsten bin ich einsam, meine Freundinnen wollen mich nicht mehr umarmen, und von Euch habe ich keine einzige Email erhalten. Ich hatte mich darauf eingestellt, jeden Abend drei Stunden lang Fragen zu beantworten ... woran liegt das?

* Ihr seid so gut, dass Ihr keine Fragen habt.

* Ihr seid so gut vernetzt, dass Ihr Euch gegenseitig helft.

* Ihr habt Schwierigkeiten, Euch zum Lernen zu motivieren, die Prüfungen sind ja noch soo weit weg.

Bitte setzt Euch noch diese Woche mit dem Thema Matrizen auseinander und gebt mir Rückmeldung. Und bitte fangt nächste Woche mit dem Thema Vektoren an – Ihr müßt die Grundtechniken, wie Schnittpunkte und Abstände bestimmen, durchführen können und verstanden haben, damit Ihr bei der Abiaufgabe erkennt, was überhaupt gefragt ist und wie man da möglichst einfach hinkommt.

Ich darf Eure Fragen nur noch sechzehn Tage lang beantworten. Falls Ihr Euch trotzdem nicht zum Lernen motivieren könnt, wäre es ein sinnvoller Beitrag, Euch als Erntehelfer zu melden.

16.3.2020

Liebe Schülerinnen und Schüler, im unteren Text habe ich nur die Notation der Formeln angepasst.

Bis Dienstag 13 Uhr könnt Ihr noch Bücher etc. in der Schule abholen. Wie es aussieht, sind die Vorabi-Nachholklausuren erst nach den Osterferien, wodurch sich für alle, die krank waren, auch die Abiturprüfungen verschieben ...

Unser für Donnerstag geplanter Test fällt ja leider aus, aber bitte setzt Euch trotzdem noch vor den Osterferien mit dem Thema Übergangsmatrizen auseinander, und schaut Euch auch die alten Abiaufgaben dazu an. Meldet Euch bei Fragen, und gebt mir bitte auch eine Rückmeldung, wie gut Ihr mit dem Thema klargekommen seid: jung@gesamtschule-aachen-brand.de

Es gibt jetzt auch ein Erklärvideo von Frau Brazee und mir dazu! Um die Ucloud zu entlasten, ladet es bitte ab Dienstag möglichst von meiner Homepage runter: -----

13.3.2020

Liebe Schülerinnen und Schüler, schade finde ich, dass wir uns nicht richtig verabschiedet haben. Wir sehen uns natürlich bei den Prüfungen und Feiern, und können uns danach noch verabreden, aber ich hätte gerne eine Abschiedsstunde in unserem Kursraum gehabt. Bei der Gelegenheit wollte ich Euch anbieten, dass Ihr Euch in den nächsten Jahren gerne melden könnt, wenn Ihr was naturwissenschaftlich-technisches studiert und dazu Fragen habt, und vorschlagen, dass wir uns duzen, sobald die Abweichungsprüfungen vorbei sind. Erstmal wünsche ich Euch viel Erfolg bei der Vorbereitung und den Prüfungen.

Als Lehrer fragt man sich ja immer wieder, ob man bestimmte Inhalte erklärt, oder selbst erarbeiten lässt, oder gar selbst entdecken lässt ... meistens mache ich eine Kombination aus Ideen sammeln und erklären an einem Beispiel und dann weiter erarbeiten an Hand von Aufgaben ... Jetzt kommen wir jedenfalls dazu, dass Ihr Euch das Thema Matrizen selbstständig erarbeitet. Dazu gebe ich weiter unten Hinweise zum Buch, vermutlich findet man auch Videos auf youTube, und Ihr solltet Euch auch in kleinen Gruppen oder virtuell treffen und darüber sprechen.

Die vorliegende Datei findet Ihr auf meiner Homepage www.mndynamics.com/indexd.html sowie in der Ucloud im Verzeichnis JungCoronaMaterial . Bitte wendet Euch mit Fragen per Email an jung@mndynamics.com oder jung@gesamtschule-aachen-brand.de , ich antworte dann entweder direkt, oder gesammelt in einer aktualisierten Datei. Ab den Osterferien darf ich Euch nichts mehr erklären, dann seid Ihr auf Euch gestellt.

Hinweise zur Vorbereitung und Prüfung:

Die Klausuren werde ich innerhalb der nächsten zwei Wochen korrigieren, aber ich weiß noch nicht, wie ich Euch die Noten zukommen lassen kann. Eventuell mit individuellen Emails ...

Bereitet Euch bitte langfristig auf alle vier Fächer und in Mathe auf alle Themen vor: Analysis, Vektoren, Stochastik inklusive Matrizen. Ist blöd dass wir über die Matrizen nicht mehr sprechen können, und keinen Test schreiben, aber je nach dem wie schwer oder unklar die beiden Abituraufgaben zur Stochastik gestellt sind, werde ich die mit Matrizen nehmen. Setzt Euch bitte noch vor den Osterferien mit dem Thema auseinander und schaut Euch auch die alten Abiaufgaben dazu an. Übt bitte alle Themen mit den alten Kursarbeiten, den Abiaufgaben der letzten drei Jahre, und den diversen Übungs-, Trainings- und Abiturvorbereitungsseiten im Buch.

Bringt zur Prüfung bitte einen entsperrten aufgeladenen Taschenrechner und eine Formelsammlung mit, die bis auf Klebezettel mit Themen unbearbeitet ist. Wenn Ihr rechtzeitig da seid, kann ich es entspannt während der ersten Prüfungsphase kontrollieren – Ihr müßt sie nicht vorher abgeben. Beachtet bitte die üblichen Hinweise: nicht festbeißen, nicht aufgeben, mit Ersatzlösungen weiterarbeiten, Operatoren ernstnehmen, und vor allem – keine Panik.

Falls Ihr eine mündliche Abweichungsprüfung macht: Es gibt wie im vierten Abiturfach einen vorbereiteten Prüfungsteil und ein anschließendes Prüfungsgespräch. Ihr solltet nicht nur rechnen können, sondern auch Verfahren und Zusammenhänge erklären. Bitte stellt Eure Kenntnisse souverän dar und versucht nicht, an meiner Mimik abzulesen, ob es richtig ist. Auch hier können alle Themen dran kommen. Wenn Ihr mit einer Abweichungsprüfung rechnet, bereitet Euch darauf langfristig vor – es ist erstaunlich, wie viel man innerhalb weniger Wochen vergessen kann. Übt das auch im Rollenspiel zu mehreren.

Stochastische Prozesse und Matrizen

Zusammenhang von Matrix, Diagramm und textlicher Darstellung.
Auch bei Spielen mit absorbierenden Zuständen.

Bestimmung des nächsten Zustands durch Multiplikation $\vec{v}_1 = M \cdot \vec{v}_0$ oder $\vec{v}_n = M^n \cdot \vec{v}_0$, von Hand und auch mit CAS.

Die Multiplikation von Matrizen, jeweils eine Zeile der ersten mal einer Spalte der zweiten, siehe Buch S. 360 und zum Üben Nr. 1.

Die Frage der langfristigen Verteilung, gibt es für $n \rightarrow \infty$ einen Grenzzustand \vec{g} von $\vec{v}_n = M^n \cdot \vec{v}_0$ oder eine Grenzmatrix G von M^n ? Dies kann man mit dem CAS ausprobieren, indem man verschiedene hohe Werte von n einsetzt (z.B. 20, 50, 100). Dabei gibt es gewisse Zusammenhänge, die hier abstrakt formuliert sind, aber hoffentlich verständlich werden wenn Ihr Beispiele durcharbeitet:

Wenn alle Spalten von G gleich sind, ist \vec{g} unabhängig von \vec{v}_0 immer gleich diesen Spalten. Wenn die Spalten von G unterschiedlich sind, hängt $\vec{g} = G \cdot \vec{v}_0$ von \vec{v}_0 ab. Z.B. bei einem Spiel mit zwei absorbierenden Zuständen treten diese als unterschiedliche Spalten in der Grenzmatrix G auf, und zu gegebener Anfangsverteilung \vec{v}_0 ergibt sich ein Grenzzustand \vec{g} , dessen Komponenten zeigen, mit welcher Wahrscheinlichkeit welcher absorbierende Zustand langfristig erreicht wird.

Jeder Grenzzustand \vec{g} erfüllt $M \cdot \vec{g} = \vec{g}$, d.h. er ist ein Fixvektor oder Gleichgewichtszustand, und er kann gegebenenfalls aus einem linearen Gleichungssystem berechnet werden.

Buch S. 362–363 und Übung dazu S. 364–366 Nr. 1–4, 8, 9.

Gemischte Übungen: S. 367–369 Nr. 3–9, 13 und S. 374–375 Nr. 2–5, 8.